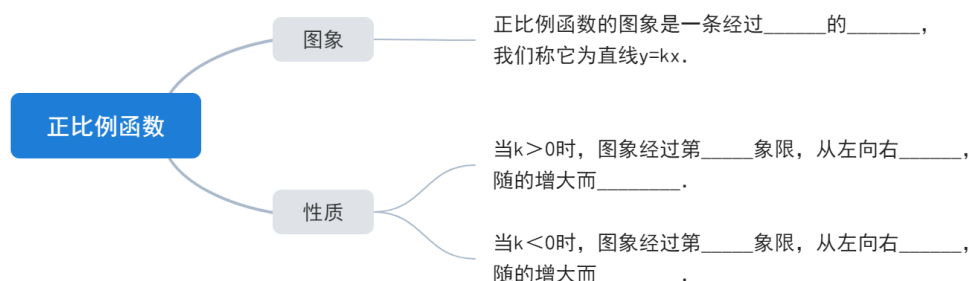


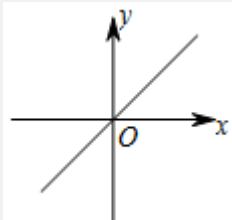
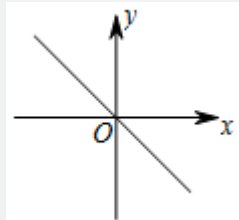
第2讲一次函数与反比例函数

一、正比例函数



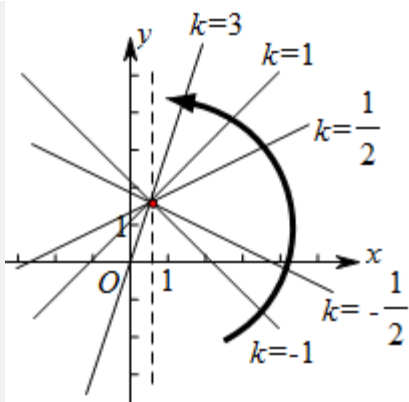
教法备注

正比例函数 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象是一条经过 原点 的 直线 , 我们称它为直线 $y=kx$.

正比例函数	$y = kx (k \neq 0)$	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图象		
象限	经过第一、第三象限	经过第二、第四象限
图象特征	图象从左向右上升	图象从左向右下降
变化规律	y 随 x 的增大而增大	y 随 x 的增大而减小

【拓展】 k 的大小决定直线的倾斜程度

- ① $|k|$ 越大, 直线越陡, $|k|$ 越小, 直线越缓 .
- ②对于经过同一点的一组直线, 在这点的右侧, 沿着逆时针的方向, k 值逐渐增大 .



1. 一次函数 $y = -x$ 的图象平分 () .

- A. 第一、三象限 B. 第一、二象限 C. 第二、三象限 D. 第二、四象限

【答案】 D

【解析】 一次函数 $y = -x$ 的图象平分第二、四象限 .

【标注】 【知识点】 正比例函数图象与性质

2. 若一个正比例函数的图象经过 $A(3, -6)$, $B(m, -4)$ 两点 , 则 m 的值为 () .

- A. 2 B. 8 C. -2 D. -8

【答案】 A

【解析】 设正比例函数解析式为 : $y = kx$,

将点 $A(3, -6)$ 代入可得 : $3k = -6$,

解得 : $k = -2$,

$\therefore$ 函数解析式为 : $y = -2x$,

将 $B(m, -4)$ 代入可得 : $-2m = -4$,

解得 $m = 2$.

【标注】 【知识点】 点在正比例函数图象

3. 关于正比例函数 $y = -3x$, 下列结论正确的是 () .

- A. 图象不经过原点 B. y 随 x 的增大而增大
C. 图象经过第二、四象限 D. 当 $x = \frac{1}{3}$ 时 , $y = 1$

【答案】 C

【解析】A. 图象经过原点，故A选项错误；

B. y 随 x 的增大而减小，故B选项错误；

C. 图象经过第二、四象限，故C选项正确；

D. 当 $x = \frac{1}{3}$ 时， $y = -1$ ，故D选项错误。

故选C。

【标注】【知识点】正比例函数图象与性质

4. 正比例函数 $y = (1 - k)x$ 图象上有两点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，当 $x_1 < x_2$ 时， $y_1 > y_2$ ，则 k 的取值范围是（ ）。

A. $k < 1$

B. $k > 1$

C. $k \geq 1$

D. $k \leq 1$

【答案】B

【解析】因为当 $x_1 < x_2$ 时， $y_1 > y_2$ ，即 y 随着 x 的增大而减小，故 $1 - k < 0$ ，即 $k > 1$ 。

【标注】【知识点】正比例函数图象与性质

5. 已知函数 $y = (k - 1)x + k^2 - 4$ 为正比例函数，若 y 值随 x 值的增大而增大，则 $k =$ _____。

【答案】2

【解析】 $y = (k - 1)x + k^2 - 4$ 为正比例函数，且 y 随 x 增大而增大，

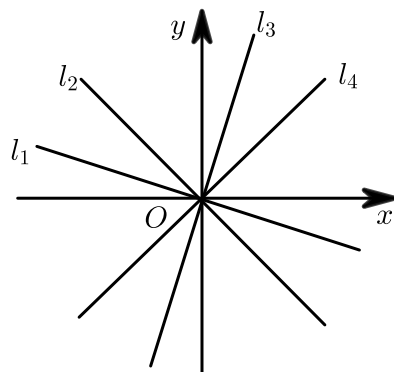
$$\therefore k - 1 > 0, k^2 - 4 = 0,$$

$$\therefore k = 2.$$

【标注】【知识点】正比例函数的定义

【知识点】正比例函数图象与性质

6. 如图所示，在同一直角坐标系中，一次函数 $y = k_1x$ ， $y = k_2x$ ， $y = k_3x$ ， $y = k_4x$ 的图象分别是 l_1 ， l_2 ， l_3 ， l_4 ；那么 k_1 ， k_2 ， k_3 ， k_4 的大小关系是_____。

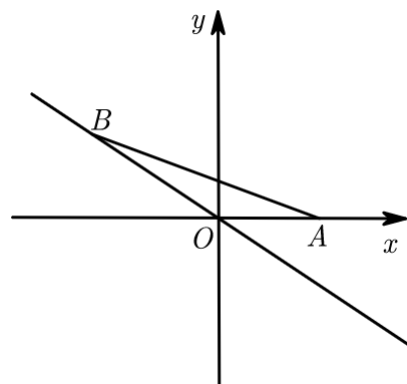


【答案】 $k_2 < k_1 < k_4 < k_3$

【解析】 在 y 轴右侧，沿着逆时针的方向， k 值逐渐增大．

【标注】 【知识点】 正比例函数图象与性质

7. 如图，点 A 的坐标为 $(6, 0)$ ，点 B 在直线 $y = -x$ 上运动，当线段 AB 最短时，点 B 的坐标为 () ．



A. $(0, 0)$

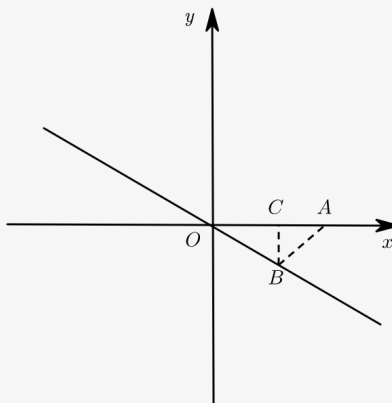
B. $(3, -3)$

C. $(3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$

D. $(-3, 3)$

【答案】 B

【解析】



过点 A 作直线 $y = -x$ 的垂线，垂足为 B ，此时线段 AB 最短，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于 C ，
 $\therefore \angle AOB = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 是等腰直角三角形, $OB = AB$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(6, 0)$,

$\therefore OA = 6$,

$\therefore OC = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 6 = 3$,

$\therefore \angle AOB = 45^\circ$,

$\therefore \angle OBC = \angle AOB = 45^\circ$,

$\therefore BC = OC = 3$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为: $(3, -3)$.

故选 **B**.

【标注】【知识点】正比例函数与几何综合

经典再现

8. 若正比例函数 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过第二、第四象限, 则 k 的值可以是 _____.
(写出一个即可).

【答案】 -1 (答案不唯一, 满足 $k < 0$ 即可).

【解析】 本题考察了正比例函数的性质.

$\therefore$ 正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象经过第二、第四象限,

$\therefore k < 0$.

$\therefore$ 符合上述条件的 k 值为 -1 (答案不唯一, 满足 $k < 0$ 即可).

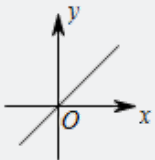
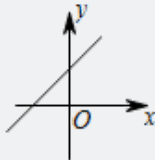
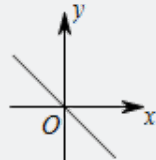
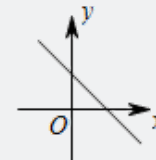
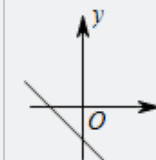
【标注】【知识点】正比例函数解析式

二、一次函数

1. 一次函数图象性质

一次函数	$y = kx + b (k \neq 0)$					
k, b 符号	$k > 0$			$k < 0$		
	$b = 0$	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$	$b < 0$
图象						
象限	一定经过第 ____、第 ____ 象限			一定经过第 ____、第 ____ 象限		
图象特征	图象从左向右 ____			图象从左向右 ____		
函数变化规律	y 随 x 的增大而 ____			y 随 x 的增大而 ____		

教法备注

一次函数	$y = kx + b (k \neq 0)$					
k, b 符号	$k > 0$			$k < 0$		
	$b = 0$	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$	$b < 0$
图象						
象限	一定经过第一、第三象限			一定经过第二、第四象限		
图象特征	图象从左向右上升			图象从左向右下降		
函数变化规律	y 随 x 的增大而增大			y 随 x 的增大而减小		

这部分中，六种一次函数的图象要引导学生根据 k 的性质，以及一次函数与 y 轴坐标的特点画图。图象性质这部分与正比例函数的性质是相同的，根据 k 的正负进行区分。

总结：

(1) k 的符号决定一次函数的增减性

①当 $k > 0$ 时，图象一定经过第一、第三象限，图象从左向右上升， y 随 x 的增大而增大；

②当 $k < 0$ 时，图象一定经过第二、第四象限，图象从左向右下降， y 随 x 的增大而减小。

(2) b 的符号决定与 y 轴交点的位置

①当 $b > 0$ 时，图象与 y 轴的交点在 x 轴上方，图象一定经过第一、第二象限；

②当 $b < 0$ 时，图象与 y 轴的交点在 x 轴下方，图象一定经过第三、第四象限；

③当 $b = 0$ 时，函数图象一定经过原点。

(3) k, b 的符号共同决定一次函数所在的象限

①已知 k, b 的符号判断一次函数经过的象限。

②可由一次函数 $y = kx + b$ 图象的位置确定其系数 k, b 的符号。

方法：

一次函数的性质可简记为“正奇负偶，正前负后”，即 k 的值为正数时，图象经过奇数象限； k 的值为负数时，图象经过偶数象限； b 的值为正数时，图象经过前两个象限； b 的值为负数时，图象经过后两个象限。

典题精练

9. 若一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $P(-2, 3)$ ，则 $2k - b$ 的值为()。

A. 2

B. -2

C. 3

D. -3

【答案】 D

【解析】 把点 $(-2, 3)$ 代入一次函数 $y = kx + b$ ，可得： $3 = -2k + b$ ，所以 $2k - b = -3$ 。

【标注】【知识点】点在一次函数图象上

10. 对于函数 $y = -2x + 3$ ，下列结论正确的是()。

A. 它的图象必经过点 $(1, -1)$

B. 它的图象不经过第三象限

C. 当 $x > 0$ 时， $y > 0$

D. y 随着 x 的增大而增大

【答案】 B

【解析】 A 选项：当 $x = 1$ 时， $y = 1$ ，所以图象过 $(1, 1)$ ，故A选项错误；

B 选项：图象过一、二、四、故不经过第三象限，故B选项正确；

C 选项：

当 $x > 0$ 时, $-2x + 3 < 3$ 即 $y < 3$, 故C选项错误;

D选项: $-2 < 0$, 故 y 随着 x 的增大而减小, 故D选项错误.

故选B.

【标注】【知识点】一次函数图象综合

11. 一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象不经过下列哪个象限().

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】 C

【解析】 ∵解析式 $y = -2x + 1$ 中,
 $k = -2 < 0$, $b = 1 > 0$,
∴图象过一、二、四象限,
∴图象不经过第三象限.

【标注】【知识点】根据系数判断一次函数图象分布

12. 已知直线 $y = mx + n$, 其中 m, n 是常数, 且满足 $mn < 0$, 那么该直线必经过().

- A. 第二、四象限 B. 第一、四象限 C. 第一、三象限 D. 第二、三象限

【答案】 B

【解析】 ∵ $mn < 0$,
∴当 $m > 0$ 时 $n < 0$,
此时 $y = mx + n$ 经过第一、三、四象限,
当 $m < 0$ 时, $n > 0$,
此时 $y = mx + n$ 经过第一、二、四象限,
∴ $y = mx + n$ 必经过第一、四象限.
故选B.

【标注】【知识点】根据系数判断一次函数图象分布

13. 若一次函数 $y = 2(1 - k)x + \frac{k}{2} - 1$ 的图象不经过第一象限, 则 k 的取值范围是 ____.

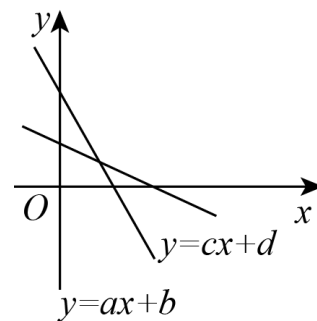
【答案】 $1 < k \leq 2$

【解析】 由题意，得 $\begin{cases} 2(1-k) < 0 \\ \frac{k}{2} - 1 \leq 0 \end{cases}$ ，

解不等式组得出 k 的取值范围 $1 < k \leq 2$ 。

【标注】 【知识点】 一次函数的图象特征与性质

14. 直线 $y = ax + b$ ， $y = cx + d$ 在坐标系中的图象如图所示，则 a, b, c, d 从小到大排列是 ()。



A. $c < a < d < b$

B. $d < b < a < c$

C. $a < c < d < b$

D. $a < b < c < d$

【答案】 C

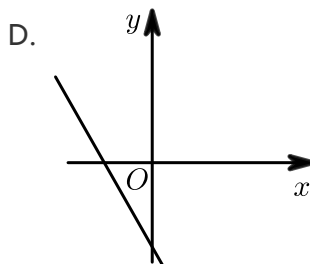
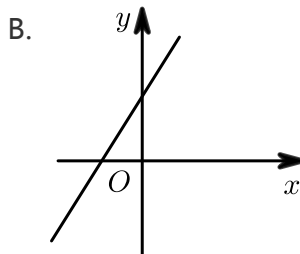
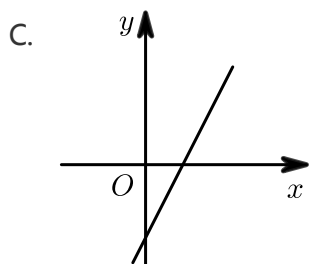
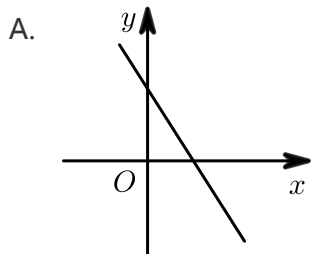
【解析】 由图知 $a < 0, c < 0, b > d > 0$ ，

又 $\because y = ax + b$ 的倾角更大， $\therefore a < c$ 。

$\therefore a < c < d < b$ 。

【标注】 【知识点】 一次函数的图象特征与性质

15. 一次函数 $y = kx - k (k < 0)$ 的图象大致是 ()。



【答案】A

【解析】 $\because y = kx - k (k < 0)$,

$\therefore$ 函数为减函数,

当 $x = 0$ 时, $y = -k > 0$,

$\therefore$ 图象与 y 轴的交点在正半轴上,

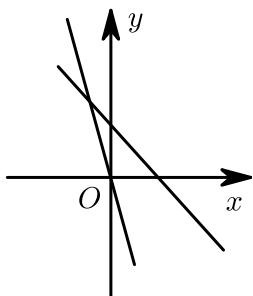
$\therefore$ 一次函数图象过一、二、四象限.

故选A.

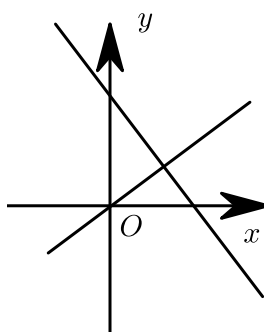
【标注】【知识点】一次函数的图象特征与性质

16. 如图所示, 表示一次函数 $y = ax + b$ 与正比例函数 $y = abx$ (a, b 是常数, 且 $ab \neq 0$) 的图象是 () .

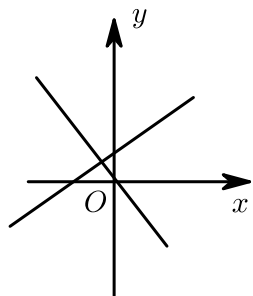
A.



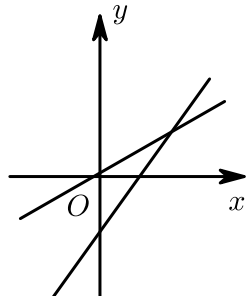
B.



C.



D.



【答案】A

【解析】①当 $ab > 0$, 正比例函数 $y = abx$ 过第一、三象限; aa 与 bb 同号, 同正时 $y = ax + b$ 过第一、二、三象限, 故D错误; 同负时过第二、三、四象限, 故B错误;

②当 $ab < 0$ 时, 正比例函数 $y = abx$ 过第二、四象限; a 与 b 异号, $a > 0, b < 0$ 时 $y = ax + b$ 过第一、三、四象限, 故C错误; $a < 0, b > 0$ 时过第一、二、四象限. 故选: A.

【标注】【知识点】根据系数判断一次函数图象分布

经典再现

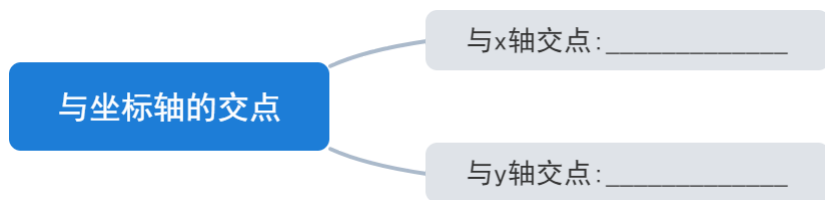
17. 若一次函数 $y = -2x + b$ (b 为常数) 的图象经过第二、三、四象限, 则 b 的值可以是 _____ (写出一个即可) .

【答案】 答案不唯一

【解析】 $\because$ 一次函数 $y = -2x + b$ (b 为常数) 的图象经过第二、三、四象限,
 $\therefore k < 0, b < 0$. 故 b 可以取 -1 .

【标注】 【知识点】 根据一次函数图象分布求系数

2. 一次函数与坐标轴的交点



教法备注

一次函数 $y = kx + b$ ($b \neq 0$) 与 y 轴的交点为 $(0, b)$, 与 x 轴的交点为 $(-\frac{b}{k}, 0)$.

典题精练

18. 一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象与两坐标轴的交点是 () .

A. $(3, 1)\left(1, \frac{3}{2}\right)$ B. $(1, 3)\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ C. $(3, 0)\left(0, \frac{3}{2}\right)$ D. $(0, 3)\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

【答案】 D

【解析】 设 $y = 0$, 得 $x = \frac{3}{2}$,
 $\therefore$ 与 x 轴的交点为 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$,
设 $x = 0$, 得 $y = 3$,
 $\therefore$ 与 y 轴的交点为 $(0, 3)$.
故选 D.

【标注】 【知识点】 一次函数图象与 x 轴、 y 轴交点

19. 一次函数 $y = -2x + 2m$ 与坐标轴围成的三角形面积为6, m 的值为 _____ .

【答案】 $\pm\sqrt{6}$

【解析】 直线 $y = -2x + 2m$ 与 x 轴的交点坐标是 $(m, 0)$, 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 2m)$,
根据三角形的面积是 $S = \frac{1}{2}|2m| \cdot |m| = 6$, 即 $m^2 = 6$,
解得: $m = \pm\sqrt{6}$.

【标注】 【知识点】 公式法求面积

20. 若直线 $y = mx + 1$ 与直线 $y = 2x - 1$ 的交点在 x 轴上, 则 $m =$ _____ .

【答案】 -2

【解析】 把 $y = 0$ 代入 $y = 2x - 1$ 中, 得 $2x - 1 = 0$,
解得 $x = \frac{1}{2}$,
 $\therefore$ 直线 $y = 2x - 1$ 与 x 轴交于 $(\frac{1}{2}, 0)$,
 $\therefore$ 直线 $y = mx + 1$ 与直线 $y = 2x - 1$ 交点在 x 轴上,
 $\therefore$ 把 $(\frac{1}{2}, 0)$ 代入 $y = mx + 1$ 中,
得 $\frac{1}{2}m + 1 = 0$, $m = -2$.
故答案为: -2 .

【标注】 【知识点】 一次函数图象与 x 轴、 y 轴交点

经典再现

21. 直线 $y = 2x - 1$ 与 x 轴交点坐标为 _____ .

【答案】 $(\frac{1}{2}, 0)$

【解析】 令 $y = 0$,
即 $2x - 1 = 0$,
解得 $x = \frac{1}{2}$,
 $\therefore y = 2x - 1$ 与 x 轴的交点坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】一次函数与一元一次方程

3. 待定系数法求函数解析式

🔔 教法备注

先设出函数解析式，再根据条件确定解析式中未知的系数，从而得出函数解析式的方法，叫做**待定系数法**。

用待定系数法求一次函数解析式的一般步骤：

- ①根据已知条件写出含有待定系数的解析式 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)；
- ②将图象上两个点的坐标（或 x, y 的两对对应值），代入上述的解析式中，得到以待定系数 k 和 b 为未知数的方程或方程组；
- ③解方程（组），求解待定系数 k 和 b 的值；
- ④将求出的 k 和 b 的值代回函数解析式 $y = kx + b$ 中，得到所求的函数解析式。

【注意】对于实际问题，在求出函数解析式后，在解析式的后面要标注自变量的取值范围。

🔔 典题精练

22. 已知一次函数的图象经过点 $(2, 1)$ 和 $(-1, -3)$ ，则它的解析式为（ ）。

- A. $y = 4x + 5$ B. $y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$ C. $y = 4x - 5$ D. $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

【答案】B

【解析】方法一：设一次函数解析式为： $y = kx + b$ ，

将 $(2, 1)(-1, -3)$ 代入，得 $\begin{cases} 2k + b = 1 \\ -k + b = -3 \end{cases}$ ，

解方程组，得 $\begin{cases} k = \frac{4}{3} \\ b = -\frac{5}{3} \end{cases}$ ，

$\therefore y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$ 。

方法二：A选项：将点 $x = 2$ 和 $x = -1$ 分别代入 $y = 4x + 5$ 得： $y = 13 \neq 1$ 和

$y = 1 \neq -3$ ，故A错误；

B选项：将点 $x = 2$ 和 $x = -1$ 分别代入 $y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$ 得： $y = 1$ 和 $y = -3$ ，故B正确；

C选项：将点 $x = 2$ 和 $x = -1$ 分别代入 $y = 4x - 5$ 得： $y = 3 \neq 1$ 和 $y = -9 \neq -3$ ，故C错误；

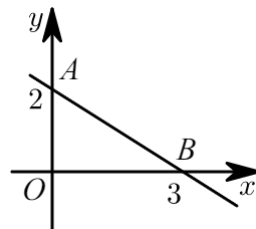
D选项：将点 $x = 2$ 和 $x = -1$ 分别代入 $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$ 得： $y = \frac{13}{3} \neq 1$ 和 $y = \frac{1}{3} \neq -3$ ，

故D错误；

故选B．

【标注】【知识点】根据条件写一次函数解析式

23. 如图，直线 AB 对应的函数表达式是（ ）．



A. $y = -\frac{3}{2}x + 2$

B. $y = \frac{3}{2}x + 3$

C. $y = -\frac{2}{3}x + 2$

D. $y = \frac{2}{3}x + 2$

【答案】 C

【解析】 设直线 AB 对应的函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

将 $A(0, 2)$ 、 $B(3, 0)$ 代入 $y = kx + b$ 中，

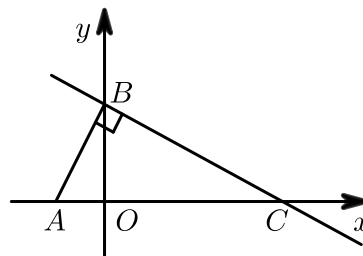
$$\text{得：} \begin{cases} b = 2 \\ 3k + b = 0 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} k = -\frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 对应的函数表达式为 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ ．

故选C．

【标注】【知识点】已知两点求一次函数解析式

24. 如图，已知坐标轴上两点 $A(-1, 0)$ ， $B(0, 2)$ ，直线 l 过点 B 与 x 轴的正半轴交于点 C ．若 $\angle ABC = 90^\circ$ ，则直线 l 的解析式是 _____ ．



【答案】 $y = -\frac{1}{2}x + 2$

【解析】 由射影定理得， $OC = \frac{OB^2}{OA} = 4$ ，

则点 C 的坐标为 $(4, 0)$,

设 $y = kx + b$,

$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ b = 2 \end{cases},$$

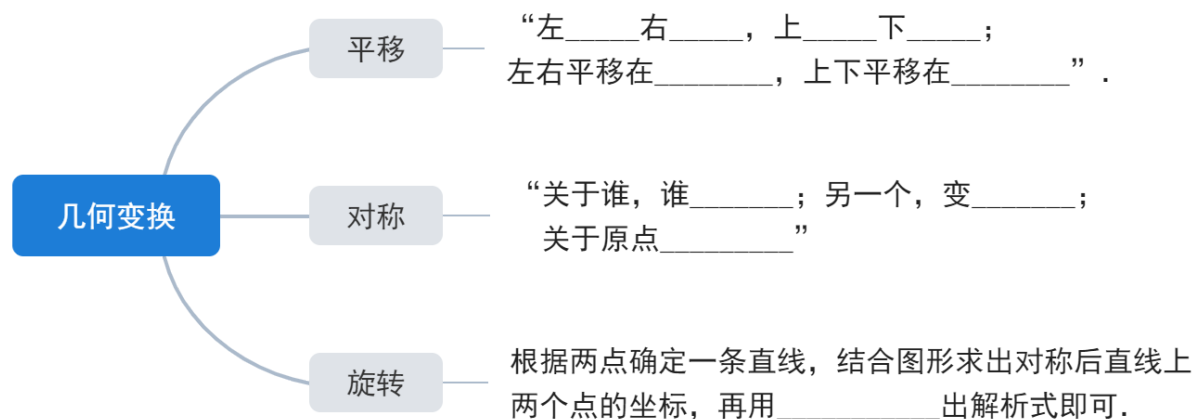
$$\text{解得, } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases},$$

则一次函数解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

故答案为: $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

【标注】【知识点】射影定理(双垂直)

4. 一次函数几何变换

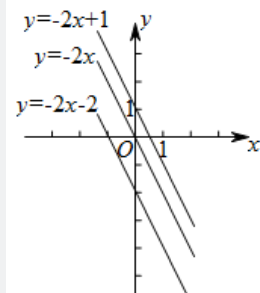
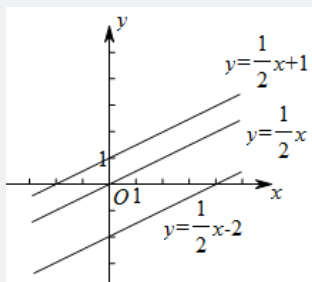


教法备注

1. 平移变换

【方法】口诀: “左加右减, 上加下减; 左右平移在括号, 上下平移在末梢”.

【注意】平移后的解析式需要化简成一般式.



(1) 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象可以由直线 $y = kx$ 平移 $|b|$ 个单位长度得到(当 $b > 0$, 向上平移; 当 $b < 0$, 向下平移), 因此一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象也是一条直线.

(2) 一次项系数 k 值相等时, 直线的倾斜程度相同, 因此 k 值相等时函数图象互相平行.

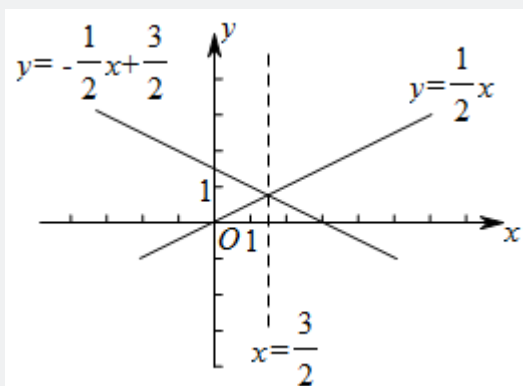
(3) 几条直线互相平行时， k 的值相等，而 b 的值不相等。

2. 对称变换

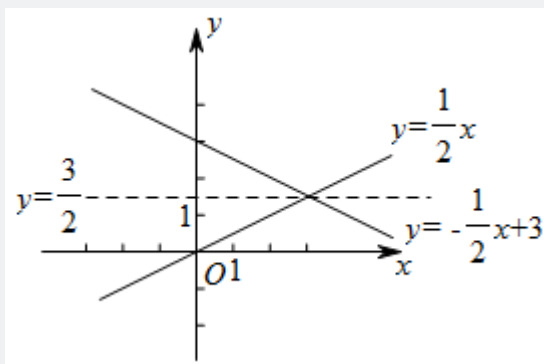
【方法】口诀：“关于谁，谁不变；另一个，变相反；关于原点都要变”。

【拓展】关于特殊直线对称

(1) 关于直线 $x = m$ 对称（翻折）



(2) 关于直线 $y = n$ 对称（翻折）



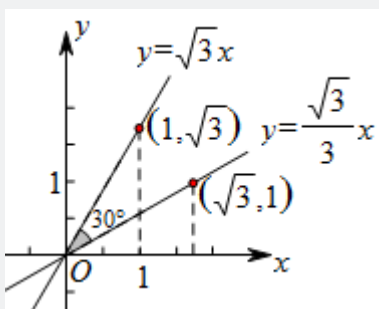
【方法】

① 根据两点确定一条直线，结合图形求出对称后直线上两个点的坐标，再用待定系数法求出解析式即可。

② 关于直线 $x = m$ 或 $y = n$ 对称后，直线的一次项系数变为相反数 $-k$ ，再求出对称后直线上的一个点代入解析式即可。

③ 特殊的， x 轴也可以称为直线 $y = 0$ ， y 轴也可以称为直线 $x = 0$ 。

3. 旋转变换



【方法】根据两点确定一条直线，结合图形求出对称后直线上两个点的坐标，再用待定系数法求出解析式即可。

 平移

25. 若将直线 $y = kx (k \neq 0)$ 的图象向上平移3个单位长度后经过点 $(2, 7)$ ，则平移后直线的解析式为 () .
- A. $y = 2x + 3$ B. $y = 5x + 3$ C. $y = 5x - 3$ D. $y = 2x - 3$

【答案】A

【解析】由题意得：平移后解析式为 $y = kx + 3$

$\because$ 图象过 $(2, 7)$

$\therefore$ 将点代入得： $7 = 2k + 3$

解得： $k = 2$

$\therefore$ 平移后解析式为 $y = 2x + 3$.

故选A .

【标注】【知识点】一次函数平移变换

26. 将直线 $y = 2x - 3$ 向右平移2个单位，再向上平移3个单位后，所得的直线的表达式为 () .
- A. $y = 2x - 4$ B. $y = 2x + 4$ C. $y = 2x + 2$ D. $y = 2x - 2$

【答案】A

【解析】由“左加右减”的原则可知，将直线 $y = 2x - 3$ 向右平移2个单位后所得函数解析式为 $y = 2(x - 2) - 3 = 2x - 7$ ，由“上加下减”原则可知，将直线 $y = 2x - 7$ 向上平移3个单位后所得函数解析式为 $y = 2x - 7 + 3 = 2x - 4$.

故选A .

【标注】【知识点】一次函数平移变换

27. 一条直线经过点 $(2, -1)$ ，且与直线 $y = -3x + 1$ 平行，则这条直线的解析式为 _____ .

【答案】 $y = -3x + 5$

【解析】设所求直线解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

$\therefore$ 直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -3x + 1$ 平行 ,
 $\therefore k = -3$,
把 $(2, -1)$ 代入 $y = -3x + b$ 得 $-6 + b = -1$,
解得 $b = 5$,
 $\therefore$ 所求直线解析式为 $y = -3x + 5$.

【标注】【知识点】根据条件写一次函数解析式

经典再现

28. 将直线 $y = x$ 向上平移2个单位长度 , 平移后直线的解析式为 _____ .

【答案】 $y = x + 2$

【解析】 方法一 : $\therefore$ 上加下减左加右减 ,

$\therefore y = x$ 向上平移2个单位长度为 $y = x + 2$.

方法二 : 直线平移不改变系数 k , 直线 $y = x$ 经过点 $(0, 0)$, 向上平移2个单位长度 , 则经过点 $(0, 2)$, 故平移后直线的表达式为 $y = x + 2$.

【标注】【知识点】一次函数平移变换

29. 将直线 $y = -2x$ 向上平移1个单位长度 , 平移后直线的解析式为 _____ .

【答案】 $y = -2x + 1$

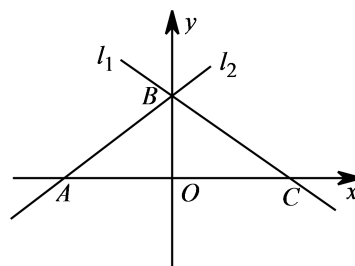
【解析】 将直线 $y = -2x$ 向上平移1个单位长度 , 平移后直线的解析式为 $y = -2x + 1$,

故答案为 : $y = -2x + 1$.

【标注】【知识点】一次函数平移变换

对称

30. 如图 , 直线 l_1 与直线 l_2 关于 y 轴对称 , 已知直线 l_1 的函数表达式为 $y = -\frac{3}{4}x + b$, 点 B 坐标为 $(0, 3)$, 则点 A 坐标为 _____ .



【答案】 $(-4, 0)$

【解析】直线解析式： $y = \frac{3}{4}x + 3$ ，点A坐标 $(-4, 0)$

【标注】【知识点】一次函数图象关于坐标轴对称

31. 求下列情况下的解析式 .

直线 $y = 2x - 1$.

(1) 关于 x 轴对称 .

(2) 关于 y 轴对称 .

(3) 关于直线 $x = 2$ 对称 .

(4) 关于直线 $y = -3$ 对称 .

【答案】(1) $y = -2x + 1$.

(2) $y = -2x - 1$.

(3) $y = -2x + 7$.

(4) $y = -2x - 5$.

【标注】【知识点】一次函数关于平行于坐标轴的直线对称

旋转

32. 已知直线 $l: y = -\frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴交于点 P ，将 l 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到直线 l' ，则直线 l' 的解析式为 () .

A. $y = \frac{1}{2}x - 1$

B. $y = 2x - 1$

C. $y = \frac{1}{2}x - 4$

D. $y = 2x - 4$

【答案】D

【解析】设直线 l' 的解析式为 $y = kx + b$ ，

$\therefore$ 直线 $l' \perp$ 直线 l ,
 $\therefore -\frac{1}{2} \times k = -1$, 即 $k = 2$,
 在直线 $l: y = -\frac{1}{2}x + 1$ 中, 令 $y = 0$, 则 $x = 2$,
 $\therefore P(2, 0)$,
 代入 $y = 2x + b$,
 可得: $0 = 4 + b$,
 解得: $b = -4$,
 $\therefore$ 直线 l' 的解析式为 $y = 2x - 4$,
 故选 D .

【标注】【知识点】一次函数图象绕任意点旋转特殊角度

33. 直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 关于点 $(2, 0)$ 成中心对称的直线的解析式为 () .

- A. $y = -\frac{4}{3}x - 3$ B. $y = -\frac{4}{3}x + 3$ C. $y = -\frac{3}{4}x - 3$ D. $y = -\frac{3}{4}x + 3$

【答案】 D

【解析】 在直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 上任取两点 $(-4, 3)$ 和 $(0, 0)$.

其关于 $(2, 0)$ 点的对应点分别为 $(8, -3)$ 和 $(4, 0)$.

设新直线解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ 代入 $(8, -3), (4, 0)$,

$$\text{得} \begin{cases} 8k + b = -3 \\ 4k + b = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases} .$$

$$\text{即} y = -\frac{3}{4}x + 3 .$$

【标注】【知识点】一次函数图象关于任意点对称

5. 一次函数与方程、不等式

一次函数与方程、不等式

一次函数与方程

一次函数与一元一次方程: 已知直线 $y = ax + b (a \neq 0)$, 确定它与 x 轴交点的横坐标.

一次函数与二元一次方程组: 求两条直线的交点坐标就是联立两个函数解析式成一个 _____, 解得的二元一次方程组的解即是两条直线交点的 _____ 坐标.

一次函数与不等式

解一元一次不等式 $kx + b > ax + c$, 既是确定函数 $y = kx + b$ 在 $y = ax + c$ _____ 时所对应自变量 x 取值的全体.

34. 已知直线 $y = mx + n$ (m, n 为常数) 经过点 $(0, -2)$ 和 $(3, 0)$, 则关于 x 的方程 $mx + n = 0$ 的解为 () .

- A. $x = 3$ B. $x = -2$ C. $x = 2$ D. $x = 0$

【答案】 A

【解析】 $\because$ 直线 $y = mx + n$ (m, n 为常数) 经过点 $(3, 0)$,

$\therefore$ 当 $y = 0$ 时, $x = 3$,

$\therefore$ 关于 x 的方程 $mx + n = 0$ 的解为 $x = 3$.

【标注】 【知识点】 一次函数与一元一次方程

35. 已知直线 $y = x - 3$ 与 $y = 2x + 2$ 的交点为 $(-5, -8)$, 则方程组 $\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$ 的解是 _____ .

【答案】 $\begin{cases} x = -5 \\ y = -8 \end{cases}$

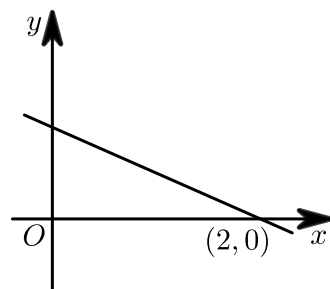
【解析】 方程组 $\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$ 的解是直线 $y = x - 3$ 与 $y = 2x + 2$ 的交点的横纵坐标,

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = -5 \\ y = -8 \end{cases}$.

【标注】 【能力】 运算能力

【知识点】 一次函数与二元一次方程组

36. 函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的图象如右图所示, 则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集为 () .



- A. $x > 0$ B. $x < 0$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

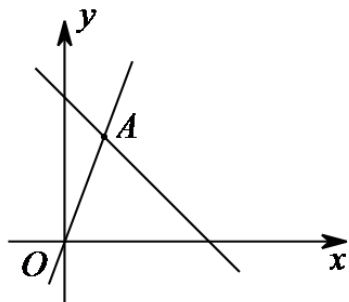
【答案】 C

【解析】由图象可知，当 $kx + b > 0$ 时，即 $y > 0$ ，当 $y > 0$ 时， $x < 2$ ，故解集为 $x < 2$ 。

故选C。

【标注】【知识点】一次函数与一元一次不等式

37. 如图，直线 $y = 2x$ 和 $y = mx + 4$ 相交于点 $A(a, 3)$ ，则不等式 $2x \geq mx + 4$ 的解集为（ ）。



A. $x \geq \frac{3}{2}$

B. $x \leq 3$

C. $x \leq \frac{3}{2}$

D. $x \geq 3$

【答案】A

【解析】将点 $A(a, 3)$ 代入 $y = 2x$ 得， $2a = 3$ ，

解得， $a = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 点A的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ ，

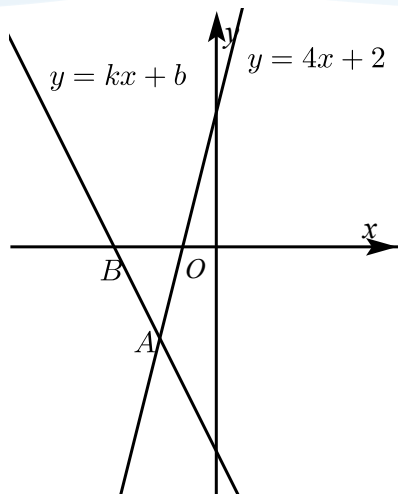
$\therefore$ 由图可知，不等式 $2x \geq mx + 4$ 的解集为 $x \geq \frac{3}{2}$ 。

故选：A。

【标注】【知识点】一次函数与一元一次不等式

38. 如图，经过点 $B(-2, 0)$ 的直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = 4x + 2$ 相交于点 $A(-1, -2)$ ，

$4x + 2 < kx + b < 0$ 的解集为（ ）。



A. $x < -2$

B. $-2 < x < -1$

C. $x < -1$

D. $x > -1$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 经过点 $B(-2, 0)$ 的直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = 4x + 2$ 相交于点 $A(-1, -2)$,

$\therefore$ 直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = 4x + 2$ 的交点 A 的坐标为 $(-1, -2)$, 直线 $y = kx + b$ 与 x 轴的交点坐标为 $B(-2, 0)$,

又 $\because$ 当 $x < -1$ 时, $4x + 2 < kx + b$,

当 $x > -2$ 时, $kx + b < 0$,

$\therefore$ 不等式 $4x + 2 < kx + b < 0$ 的解集为 $-2 < x < -1$.

故选 B.

【标注】【知识点】一次函数与一元一次不等式

教法备注

1. 一次函数与一元一次方程

(1) 任何一个以 x 为未知数的一元一次方程都可以变形为 $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) 的形式, 所以解一元一次方程相当于在某个一次函数 $y = ax + b$ 的函数值为 0 时, 求自变量 x 的值.

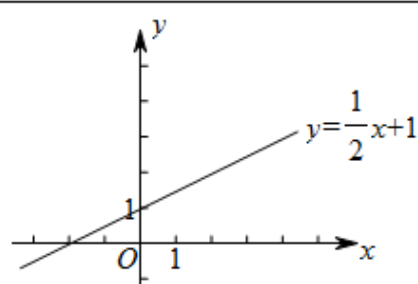
(2) 从图象上看, 这相当于已知直线 $y = ax + b$ ($a \neq 0$), 确定它与 x 轴交点的横坐标.

2. 一次函数与二元一次方程组

(1) 一般地, 因为每个含有未知数 x 和 y 的二元一次方程, 都可以改写为 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 的形式, 所以每个这样的方程都对应一个一次函数, 于是也对应一条直线. 这条直线上每个点的坐标 (x, y) 都是这个二元一次方程的解.

形

直线:



点的坐标满足的方程

点的坐标满足的函数关系

以满足函数关系的数对 (x, y) 为坐标画点

数

一次函数: $y = \frac{1}{2}x + 1$

用方程观点看

用函数观点看

二元一次方程: $\frac{1}{2}x - y = -1$

(2) 由含有未知数 x 和 y 的两个二元一次方程组成的每个二元一次方程组, 都对应两个一次函数, 于是也对应两条直线.

① 从“数”的角度看, 解这样的方程组, 相当于求自变量为何值时相应的两个函数值相等, 以及这个函数值是多少.

② 从“形”的角度看, 解这样的方程组, 相当于确定两条相应直线交点的坐标.

【总结】求两条直线的交点坐标就是联立两个函数解析式成一个二元一次方程组, 解得的二元一次方程组的解即是两条直线交点的横纵坐标.

3. 一次函数与一元一次不等式

(1) 任何一个以 x 为未知数的一元一次不等式都可以变形为 $kx + b > 0$ 或 $kx + b < 0$ ($a \neq 0$) 的形式, 所以解一元一次不等式相当于在某个一次函数 $y = kx + b$ 的函数值大于 0 或小于 0 时, 求自变量 x 的取值范围. 从图象上看, 这相当于已知直线 $y = kx + b$ ($a \neq 0$), 确定图象在 x 轴上方或 x 轴下方时, 所对应自变量 x 取值的全体.

(2) 图象法解一元一次不等式 $kx + b > ax + c$, 既是确定函数 $y = kx + b$ 在 $y = ax + c$ 上方时所对应自变量 x 取值的全体.



典题精练

6. 恒过定点问题



教法备注

例如: 已知函数解析式为 $y = kx + 3$, 则可得到此函数一定经过定点 $(0, 3)$.

例如: 已知函数解析式为 $y = kx + 3k - 2$, 则可得到此函数一定经过定点 $(-3, -2)$.

39. 已知一次函数 $y = (2m - 1)x + m - 2$, 则其图象恒过定点 _____.

【答案】 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

【标注】【知识点】一次函数与一元一次方程

【能力】运算能力

40. 写出下列函数恒过的定点 .

(1) $y = mx$.

(2) $y = mx + 2m$.

(3) $y = (2m - 1)x + 3 - m$.

【答案】 (1) $(0, 0)$.

(2) $(-2, 0)$.

(3) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$.

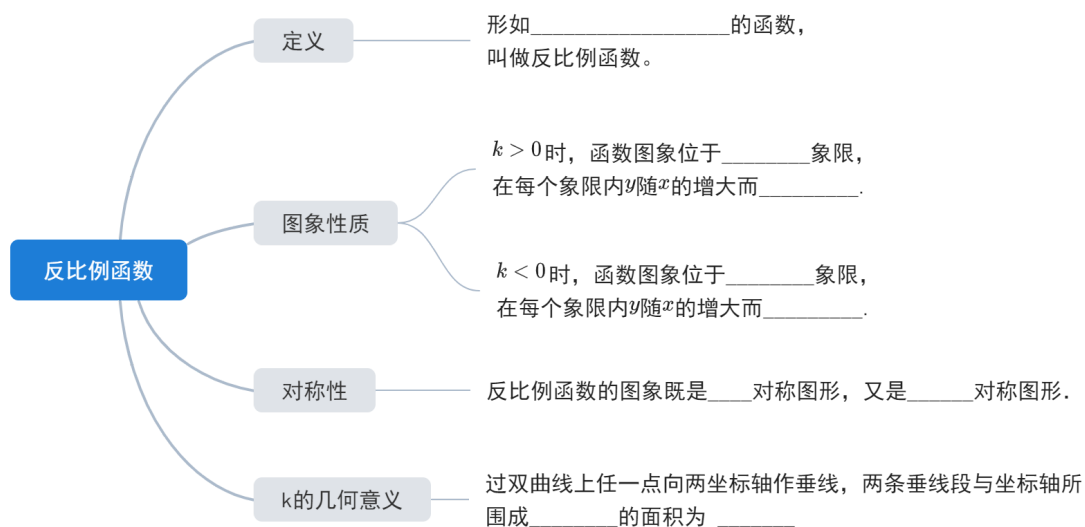
【解析】 (1) 略 .

(2) 略 .

(3) 略 .

【标注】【知识点】一次函数基础

三、反比例函数



 教法备注

1、定义：一般地，形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$)的函数，叫做反比例函数。

其中 x 是自变量， y 是函数，自变量 x 的取值范围是不等于0的一切实数。

2、反比例函数三种表达式：

① $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)；② $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$)；③ $xy = k$ ($k \neq 0$)。

自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ ，函数值 $y \neq 0$ 。

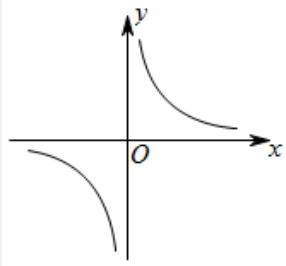
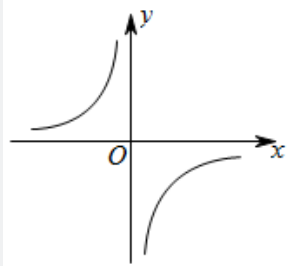
【注意】

①叙述反比例函数的变化规律时，一定要加上“在每一个象限内”。

②由于反比例函数中自变量 x 和函数 y 的值都不能为零，所以图象和 x 轴、 y 轴都没有交点，但画图时要体现出图象和坐标轴无限贴近的趋势。

3.图象性质

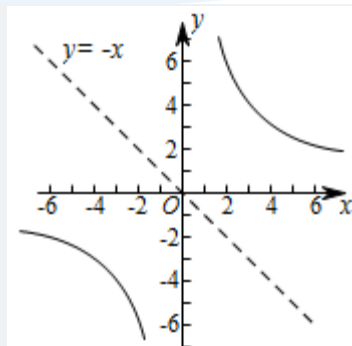
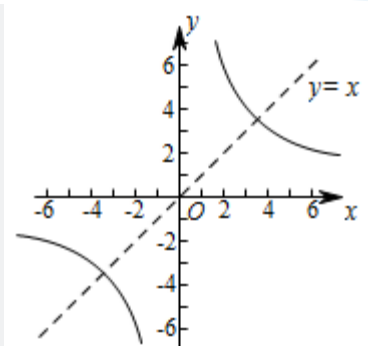
反比例函数的图象由两条曲线组成，叫做**双曲线**。

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)		
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图像		
图像位置	双曲线两个分支分别位于第一、三象限	双曲线两个分支分别位于第二、四象限
函数增减性	在每一个象限内， y 随 x 的增大而减小	在每一个象限内， y 随 x 的增大而增大

3.对称性

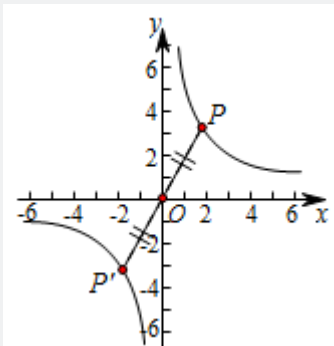
反比例函数的图象既是轴对称图形，又是中心对称图形。

① 反比例函数是轴对称图形，双曲线的图象关于直线 $y = x$ 和 $y = -x$ 成轴对称。



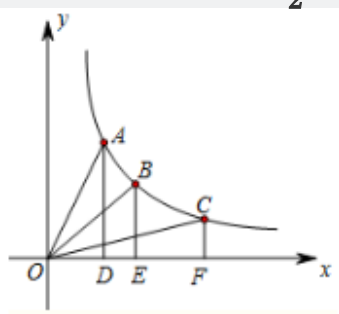
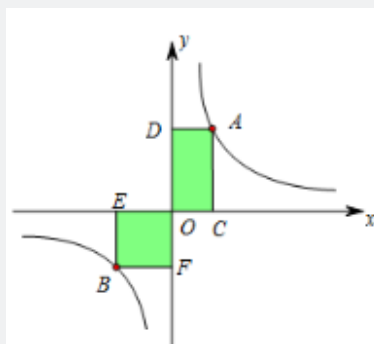
②反比例函数是中心对称图形，双曲线的两支图象关于原点成中心对称。

如图： $OP = OP'$ ，若已知点 $P(x, y)$ ，则可得 $P'(-x, -y)$ 。



【总结】由于正比例函数和反比例函数都是关于原点中心对称的函数，因此两个函数的交点一定关于原点成中心对称。

4. k 的几何意义：过双曲线上任一点向两坐标轴作垂线，两条垂线段与坐标轴所围成矩形的面积为 $|k|$ ；连接此点和原点、则这条线段与一条垂线段及坐标轴所围成三角形的面积为 $\frac{|k|}{2}$ 。



典题精练

41. 若双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 过点 $(2, 6)$ ，则该双曲线一定过点（ ）。

A. $(-3, -4)$

B. $(4, -3)$

C. $(-6, 2)$

D. $(4, 4)$

【答案】A

【解析】A 选项：

$$\because y = \frac{m}{x} \text{ 过点 } (2, 6),$$

$$\therefore 6 = \frac{m}{2},$$

$$\therefore m = 6 \times 2 = 12,$$

$$\therefore y = \frac{12}{x}.$$

$$-3 \times (-4) = 12, \text{ 正确.}$$

$$\text{B 选项: } 4 \times (-3) = -12$$

, 错误.

$$\text{C 选项: } (-6) \times 2 = -12$$

, 错误.

$$\text{D 选项: } 4 \times 4 = 16, \text{ 错}$$

误.

故选 A.

【标注】【知识点】点在反比例函数图象上

42. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $P(1, 3)$, 则该反比例函数图象位于 ().

A. 第一、二象限

B. 第一、三象限

C. 第二、四象限

D. 第三、四象限

【答案】 B

【解析】 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $P(1, 3)$,

$$\therefore k = 1 \times 3 = 3 > 0,$$

$\therefore$ 此函数的图象在一、三象限.

故选 B.

【标注】【知识点】反比例函数系数与图象关系

43. 已知反比例函数 $y = \frac{k^2}{x} (k \neq 0)$ 过点 $A(a, y_1)$, $B(a+1, y_2)$, 若 $y_2 > y_1$, 则 a 的取值范围为 ().

A. $-1 < a$

B. $-1 < a < 0$

C. $a < 1$

D. $0 < a < 1$

【答案】 B

【解析】 反比例函数 $y = \frac{k^2}{x} (k \neq 0)$, 由 $k^2 > 0$ 可知该函数在第一、第三象限内 y 随 x 增大而减小.

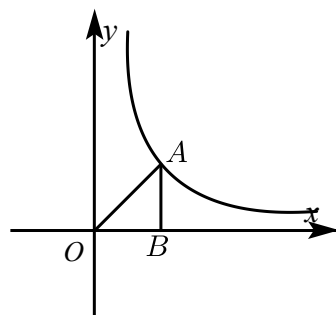
$$\begin{aligned} \because a < a+1, y_1 < y_2, \\ \therefore \begin{cases} a < 0 \\ a+1 > 0 \end{cases}, \text{ 即 } -1 < a < 0, \end{aligned}$$

【标注】【能力】推理论证能力

【能力】运算能力

【知识点】反比例函数增减性

44. 如图，过反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上一点 A 做 $AB \perp x$ 轴于点 B ，连接 AO ，若 $S_{\triangle AOB} = 2$ ，则 k 的值为（ ）。



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】C

【解析】设点 $A(x_A, y_A)$ ，

$$\because AB \perp x,$$

$$\therefore B(x_A, 0),$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot AB = x_A \cdot y_A = \frac{1}{2} k,$$

$$\therefore \frac{1}{2} k = 2, \therefore k = 4.$$

【标注】【知识点】反比例函数的系数 k 的几何意义

经典再现

45. 若点 $A(-3, y_1)$ ， $B(-2, y_2)$ ， $C(1, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象上，则 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系是（ ）。
- A. $y_2 < y_1 < y_3$ B. $y_3 < y_1 < y_2$ C. $y_1 < y_2 < y_3$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

【答案】B

【解析】将 $A(-3, y_1)$ ， $B(-2, y_2)$ ， $C(1, y_3)$ 代入反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 中，

$$\text{得 } y_1 = -\frac{12}{-3} = 4, y_2 = \frac{-12}{-2} = 6, y_3 = -\frac{12}{1} = -12,$$

$$\therefore -12 < 4 < 6,$$

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2,$$

$\therefore$ B选项正确.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】点在反比例函数图象上

【知识点】反比例函数系数与图象关系

【知识点】反比例函数增减性

46. 若点 $A(x_1, -6)$, $B(x_2, -2)$, $C(x_3, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象上, 则 x_1, x_2, x_3 的大小关系是 ().

A. $x_1 < x_2 < x_3$

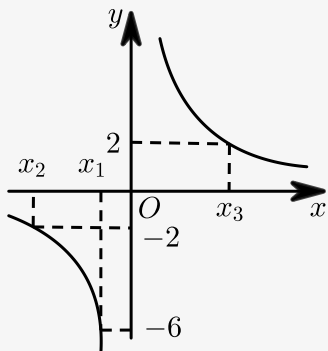
B. $x_2 < x_1 < x_3$

C. $x_2 < x_3 < x_1$

D. $x_3 < x_2 < x_1$

【答案】B

【解析】反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象如图所示:



由图象可知: $x_2 < x_1 < x_3$.

【标注】【知识点】反比例函数增减性